

Nilai Waktu dari Uang



Anuitas
'annuity'

Jenis Anuitas

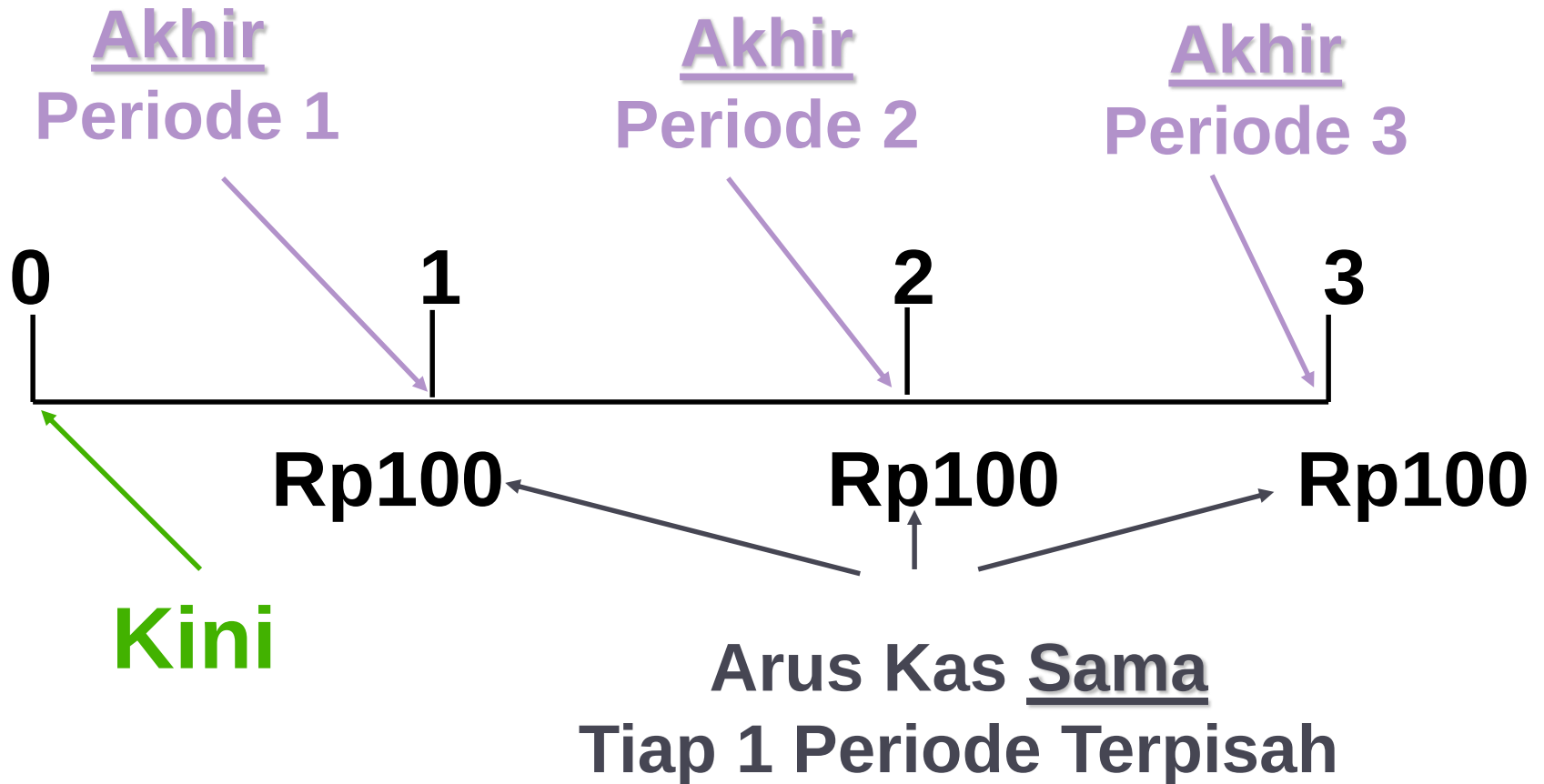
- ◆ **Anuitas** mewakili serangkaian pembayaran (penerimaan) dengan jumlah yang sama yang terjadi dalam jumlah periode yang sama.
- ▶ Anuitas Biasa (Ordinary Annuity): Pembayaran atau penerimaan terjadi pada **akhir** tiap periode.
- ▶ Anuitas Jatuh Tempo (Annuity Due): Pembayaran atau penerimaan terjadi pada **awal** tiap periode.

Contoh Anuitas

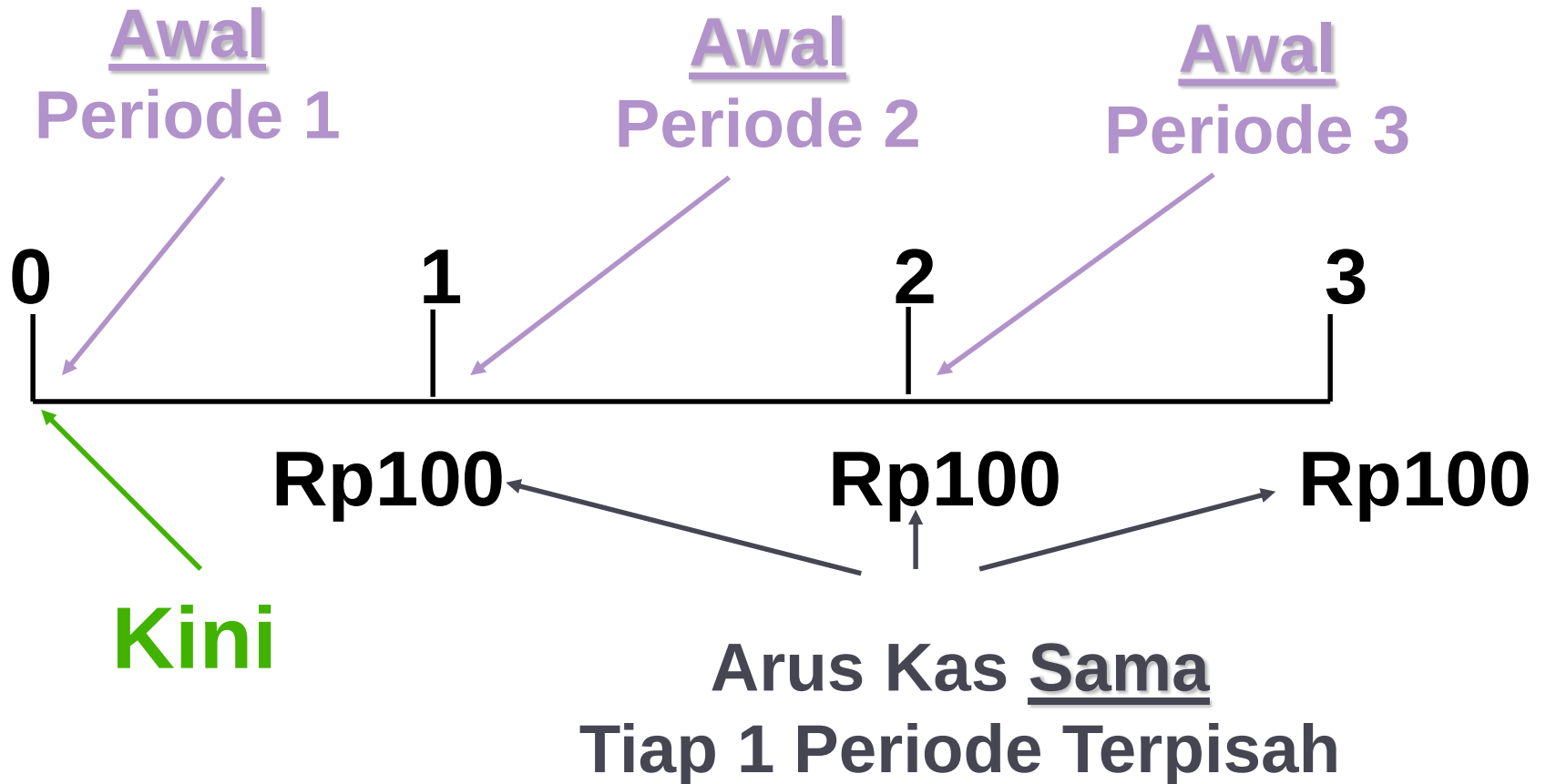
- ▶ Pembayaran Cicilan Mobil
- ▶ Premi Asuransi
- ▶ Pembayaran Kredit Perumahan
- ▶ Tabungan Pensiun



Anuitas Biasa



Anuitas Jatuh Tempo



$$FVA_n = \sum PMT (1 + i)^{n-t}$$

$$= PMT (FVIFA_{i,n})$$

Tabel Anuitas

$$FVA_n = PMT \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

PMT = Pembayaran atau penerimaan anuitas tiap tahun
t = tahun

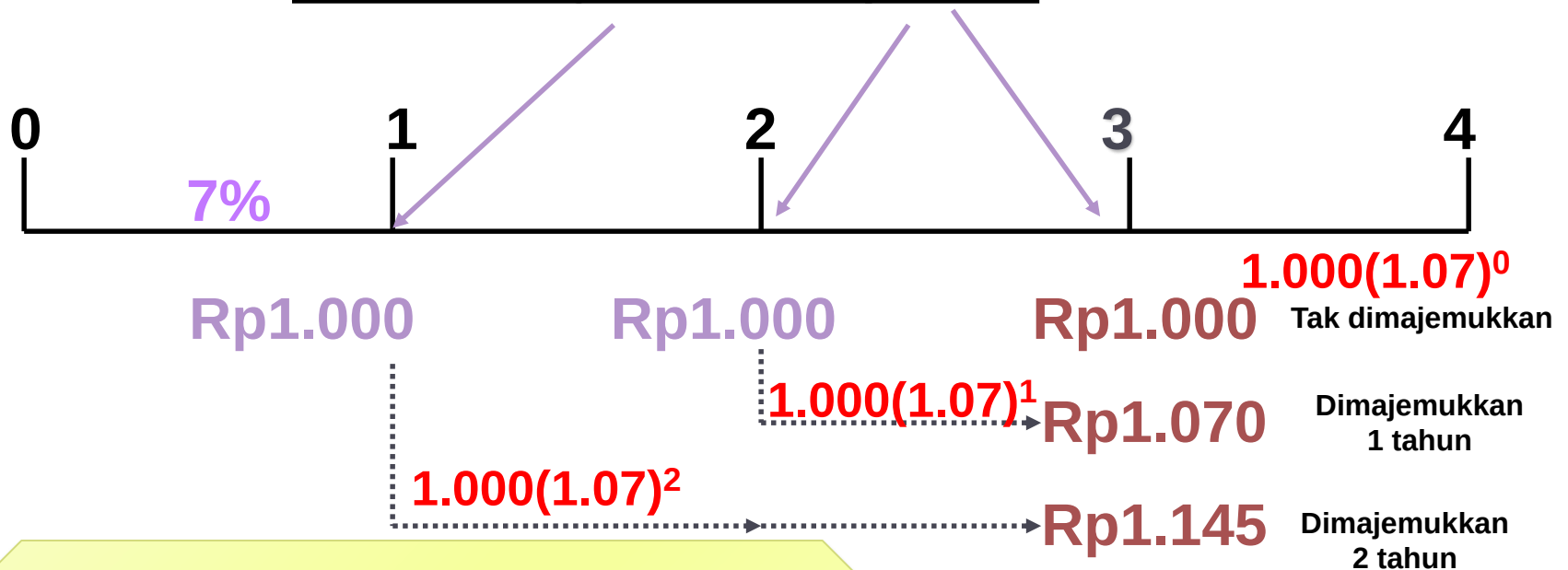


Contoh Anuitas Biasa -- FVA

- ▶ Anggaplah bahwa anda menyimpan uang setiap AKHIR tahun sebesar **Rp 1.000** selama **3 tahun**. Berapa jumlah yang anda akhir tahun ke-tiga jika tingkat bunga nominal sebesar **7%** ?



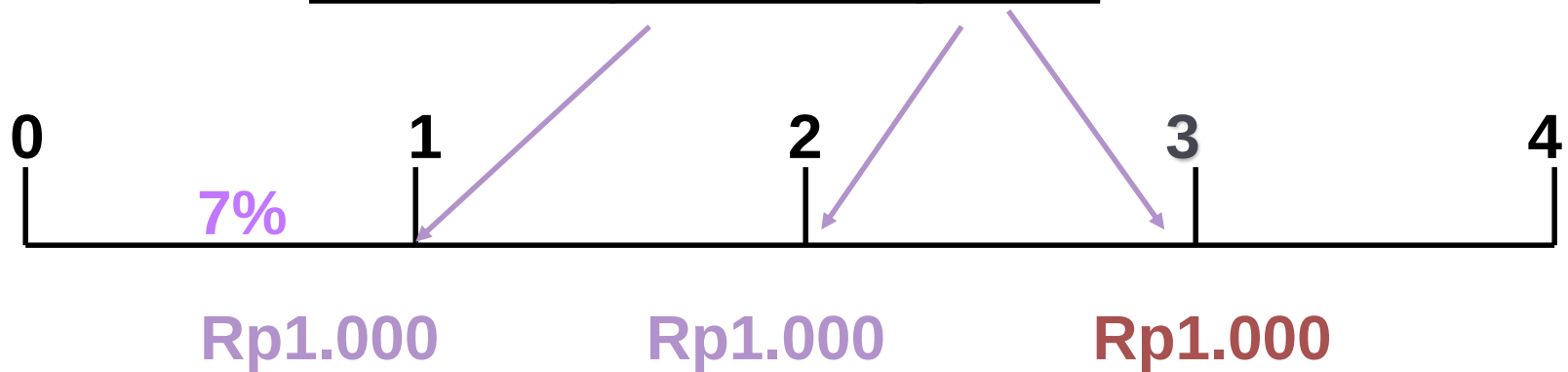
Arus kas terjadi di akhir periode



$$\begin{aligned} FVA_3 &= \text{Rp}1.000(1.07)^2 + \\ &\text{Rp}1.000(1.07)^1 + \text{Rp}1.000(1.07)^0 \\ &= \text{Rp}1.145 + \text{Rp}1.070 + \text{Rp}1.000 \\ &= \text{Rp}3.215 \end{aligned}$$

$$\text{Rp}3.215 = FVA_3$$

Arus kas terjadi di akhir periode



$$FV_{1-3} = \text{Rp } 1.000 (1 + 7\%)^2 = \text{Rp } 1.145$$

$$FV_{2-3} = \text{Rp } 1.000 (1 + 7\%)^1 = \text{Rp } 1.070$$

$$FV_3 = \text{Rp } 1.000 (1 + 7\%)^0 = \text{Rp } 1.000$$

$$\text{Rp } 3.215 = FVA_3$$

Perhitungan Menggunakan Tabel III

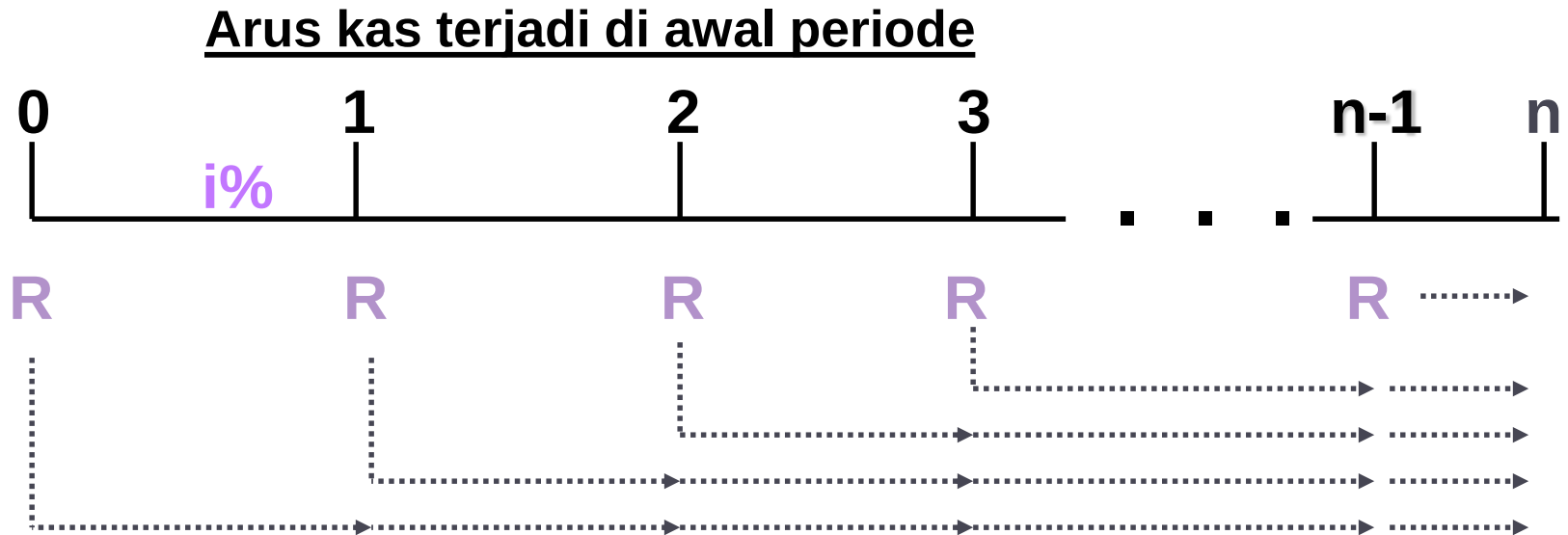
$$FVA_n = PMT (FVIFA_{i\%,n})$$

$$FVA_3 = Rp1.000 (FVIFA_{7\%,3})$$

$$= Rp1.000 (3,215) = Rp 3.215$$

Periode	6%	7%	8%
1	1,000	1,000	1,000
2	2,060	2,070	2,080
3	3,184	3,215	3,246
4	4,375	4,440	4,506
5	5,637	5,751	5,867

Gambaran Anuitas Jatuh Tempo -- FVAD



$$\begin{aligned}
 FVAD_n &= R(1+i)^n + R(1+i)^{n-1} + \\
 &\quad \dots + R(1+i)^2 + R(1+i)^1 \\
 &= FVA_n (1+i)
 \end{aligned}$$

$$\overline{FVAD}_n$$

$$FVA_n = \sum PMT (1 + i)^{n-t}$$

$$= PMT (FVIFA_{i,n})$$

Tabel Anuitas

$$FVA_n = P \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} \times (1+i)$$

PMT = Pembayaran atau penerimaan anuitas tiap tahun
t = tahun



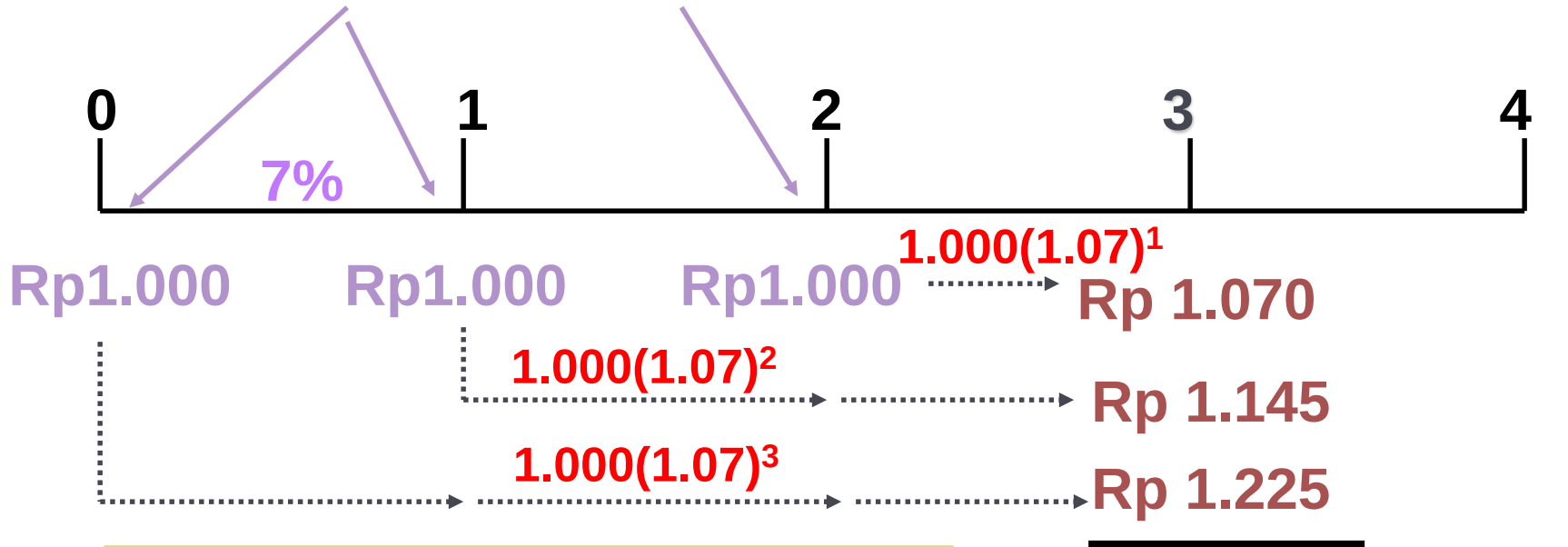
Contoh Anuitas Jatuh Tempo -- FVAD

- ▶ Anggaphlah bahwa anda menyimpan uang setiap AWAL tahun sebesar **Rp1.000** selama **3 tahun**. Berapa jumlah uang anda akhir tahun ke-tiga jika tingkat bunga sebesar nominal sebesar **7%** ?



Contoh Anuitas Jatuh Tempo -- FVAD

Arus kas terjadi di awal periode



$$\begin{aligned} FVAD_3 &= Rp1.000(1.07)^3 + \\ &Rp1.000(1.07)^2 + Rp1.000(1.07)^1 \\ &= Rp1,225 + Rp1.145 + Rp1.070 \\ &= Rp3.440 \end{aligned}$$

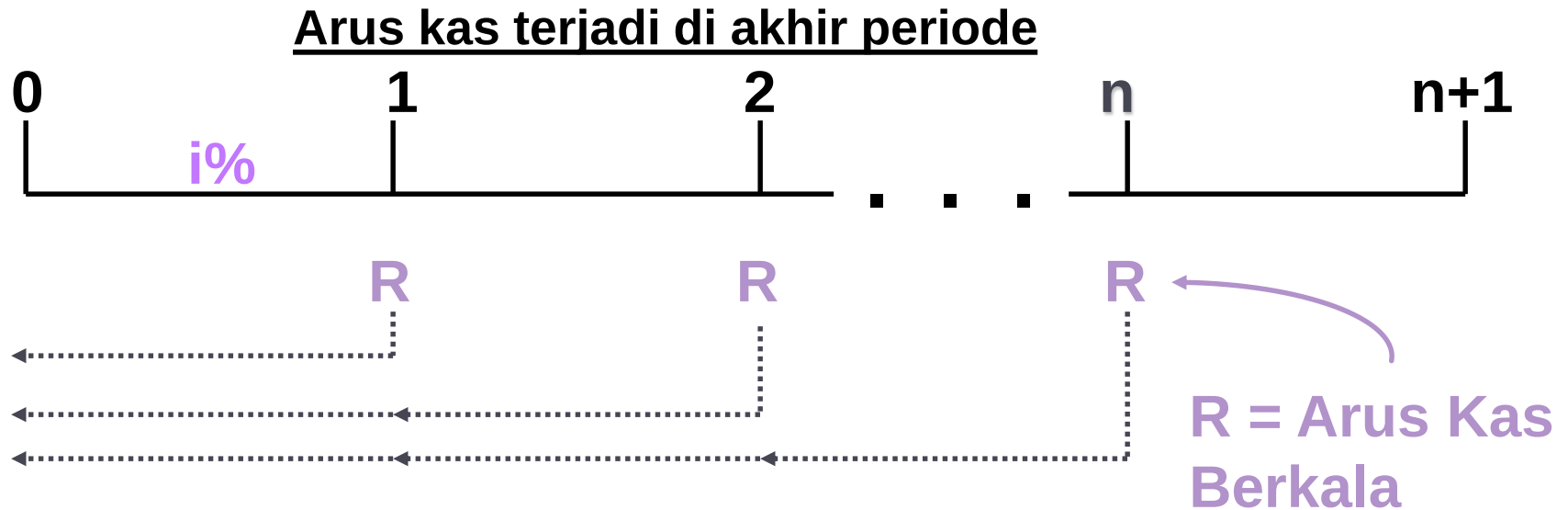
$$Rp3.440 = FVAD_3$$

Perhitungan Menggunakan Table III

$$\begin{aligned} \text{FVAD}_n &= \text{PMT} (\text{FVIFA}_{i\%,n})(1+i) \\ \text{FVAD}_3 &= \text{Rp}1.000 (\text{FVIFA}_{7\%,3})(1.07) \\ &= \text{Rp}1.000 (3.215)(1.07) \\ &= \text{Rp } 3.440 \end{aligned}$$

Periode	6%	7%	8%
1	1,000	1,000	1,000
2	2,060	2,070	2,080
3	3,184	3,215	3,246
4	4,375	4,440	4,506
5	5,637	5,751	5,867

Gambaran Anuitas Biasa -- PVA



PVA_n

$$\text{PVA}_n = R/(1+i)^1 + R/(1+i)^2 + \dots + R/(1+i)^n$$

$$PVA_n = \frac{PMT}{(1 + i)^n}$$

$$= PMT (1 + i)^{-n}$$

$$= PMT (FVIFA_{i,n})$$

Tabel Anuitas

$$PVA_n = P \times \frac{1 - (1+k)^{-n}}{k}$$

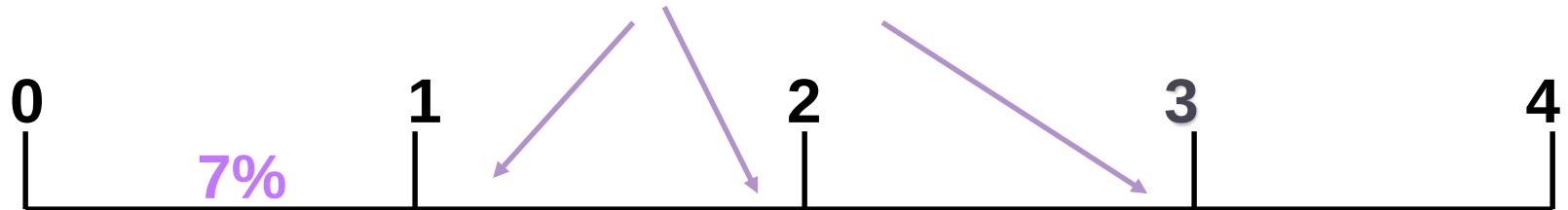
Contoh Anuitas Biasa -- PVA

- ▶ Anggamlah bahwa anda menerima uang pada setiap AKHIR tahun sebesar Rp1.000 selama 3 tahun. Berapakah nilai sekarang dari uang yang anda akan terima selama tiga tahun tersebut jika tingkat bunga nominal sebesar 7% ?



Contoh Anuitas Biasa -- PVA

Arus kas terjadi di akhir periode



Didiskontokan 1 tahun

Rp 934,58 $\leftarrow 1.000/(1.07)^1$ Didiskontokan 2 tahun

Rp 873,44 $\leftarrow 1.000/(1.07)^2$

Rp 816,30 $\leftarrow 1.000/(1.07)^3$ Didiskontokan 3 tahun

Rp2.624,32
= PVA₃

$$\begin{aligned} PVA_3 &= 1.000/(1.07)^1 + 1.000/(1.07)^2 + 1.000/(1.07)^3 \\ &= 934,58 + 873,44 + 816,30 \\ &= \text{Rp}2.624,32 \end{aligned}$$

Perhitungan Menggunakan Tabel IV

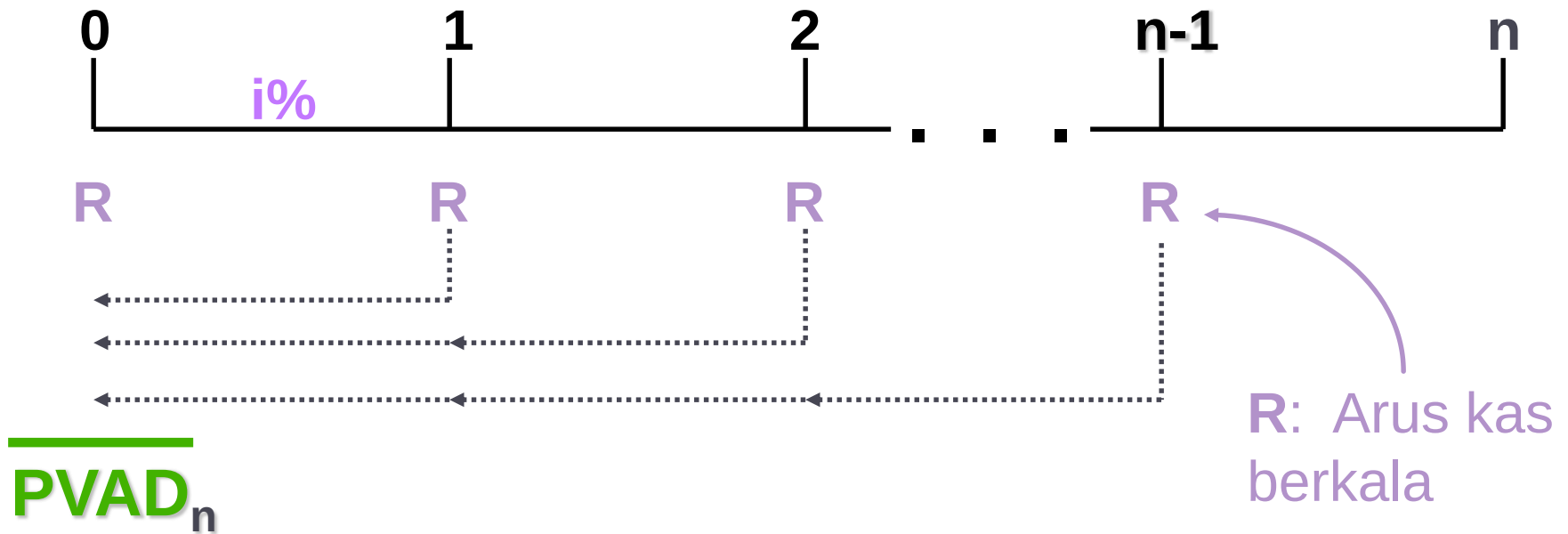
$$PVA_n = R (PVIFA_{i\%,n})$$

$$\begin{aligned} PVA_3 &= 1.000 (PVIFA_{7\%,3}) \\ &= 1.000 (2.624) = 2.624 \end{aligned}$$

Periode	6%	7%	8%
1	0,943	0,935	0,926
2	1,833	1,808	1,783
3	2,673	2,624	2,577
4	3,465	3,387	3,312
5	4,212	4,100	3,993

Anuitas Jatuh Tempo -- PVAD

Aus kas terjadi pada awal periode



$$\begin{aligned} \text{PVAD}_n &= R/(1+i)^0 + R/(1+i)^1 + \dots + R/(1+i)^{n-1} \\ &= \text{PVA}_n (1+i) \end{aligned}$$

$$PVA_n = \frac{PMT}{(1+i)^n} \times (1+k)$$

$$= PMT ((1+i)^{-n} \times (1+k))$$

$$= PMT (FVIFA_{i,n}) \times (1+k)$$

$$FVA_n = P \times \frac{1 - (1+k)^{-n}}{k} \times (1+k)$$

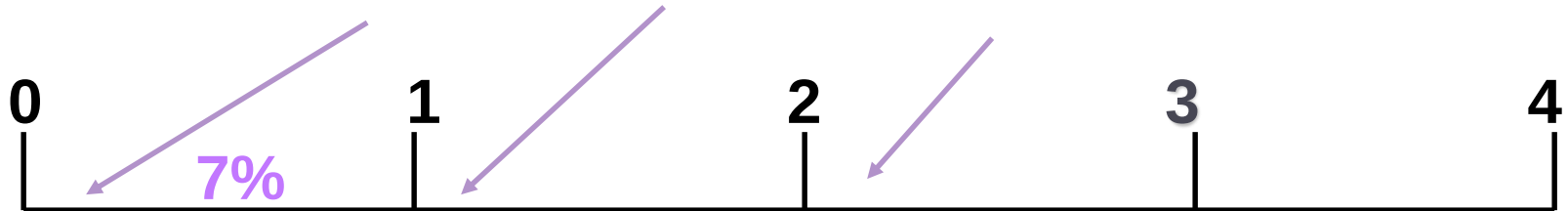
Contoh Anuitas Jatuh Tempo -- PVAD

- ▶ Anggamlah bahwa anda menerima uang pada setiap AWAL tahun sebesar Rp1.000 selama 3 tahun. Berapakah nilai sekarang dari uang yang anda akan terima selama tiga tahun tersebut jika tingkat bunga nominal sebesar 7% ?



Contoh Anuitas Biasa -- PVA

Arus kas terjadi di awal periode



Tidak didiskontokan

Rp1.000

Rp1.000

Rp1.000

Rp 1.000 $1.000/(1.07)^0$

Didiskontokan 1 tahun

$1.000/(1.07)^1$

Rp 934,58

$1.000/(1.07)^2$

Didiskontokan 2 tahun

Rp 873,44

Rp2.808,02

= PVA_3

$$PVA_3 = 1.000/(1.07)^0 + 1.000/(1.07)^1 + 1.000/(1.07)^2$$

$$= 1.000 + 934,58 + 873,44$$

$$= \text{Rp}2.808,02$$

Perhitungan Menggunakan Tabel IV

$$PVAD_n = PMT (PVIFA_{i\%,n})(1+i)$$

$$\begin{aligned} PVAD_3 &= Rp1.000 (PVIFA_{7\%,3})(1.07) \\ &= Rp1.000 (2.624)(1.07) \\ &= Rp2.808 \end{aligned}$$

Periode	6%	7%	8%
1	0,943	0,935	0,926
2	1,833	1,808	1,783
3	2,673	2,624	2,577
4	3,465	3,387	3,312
5	4,212	4,100	3,993

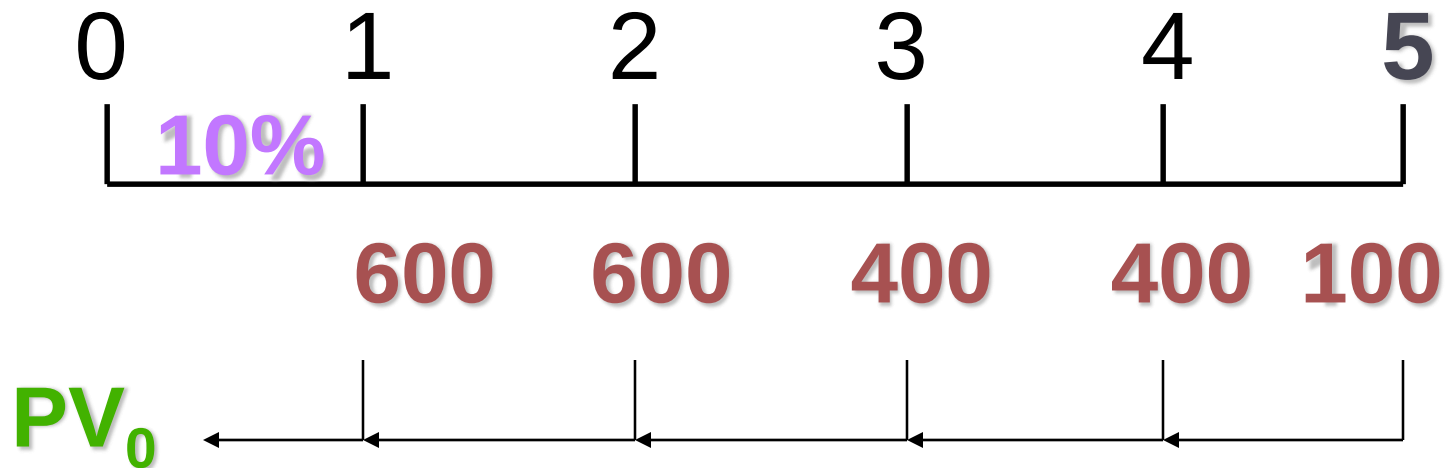
Langkah Penyelesaian Masalah Nilai Waktu dari Uang

1. Baca soal secara menyeluruh
2. Buat garis waktu
3. Letakkan arus kas & panah di garis waktu
4. Tetapkan apakah masalah PV atau FV
5. Tetapkan jika penyelesaian melibatkan arus kas tunggal, rangkaian anuitas, atau gabungan
6. Pecahkan masalah
7. Uji dengan kalkulator keuangan (pilihan)



Contoh Arus Campuran

Tima akan menerima kumpulan **arus kas** berikut.
Berapa **Nilai Sekarang** jika tingkat diskonto
10%.

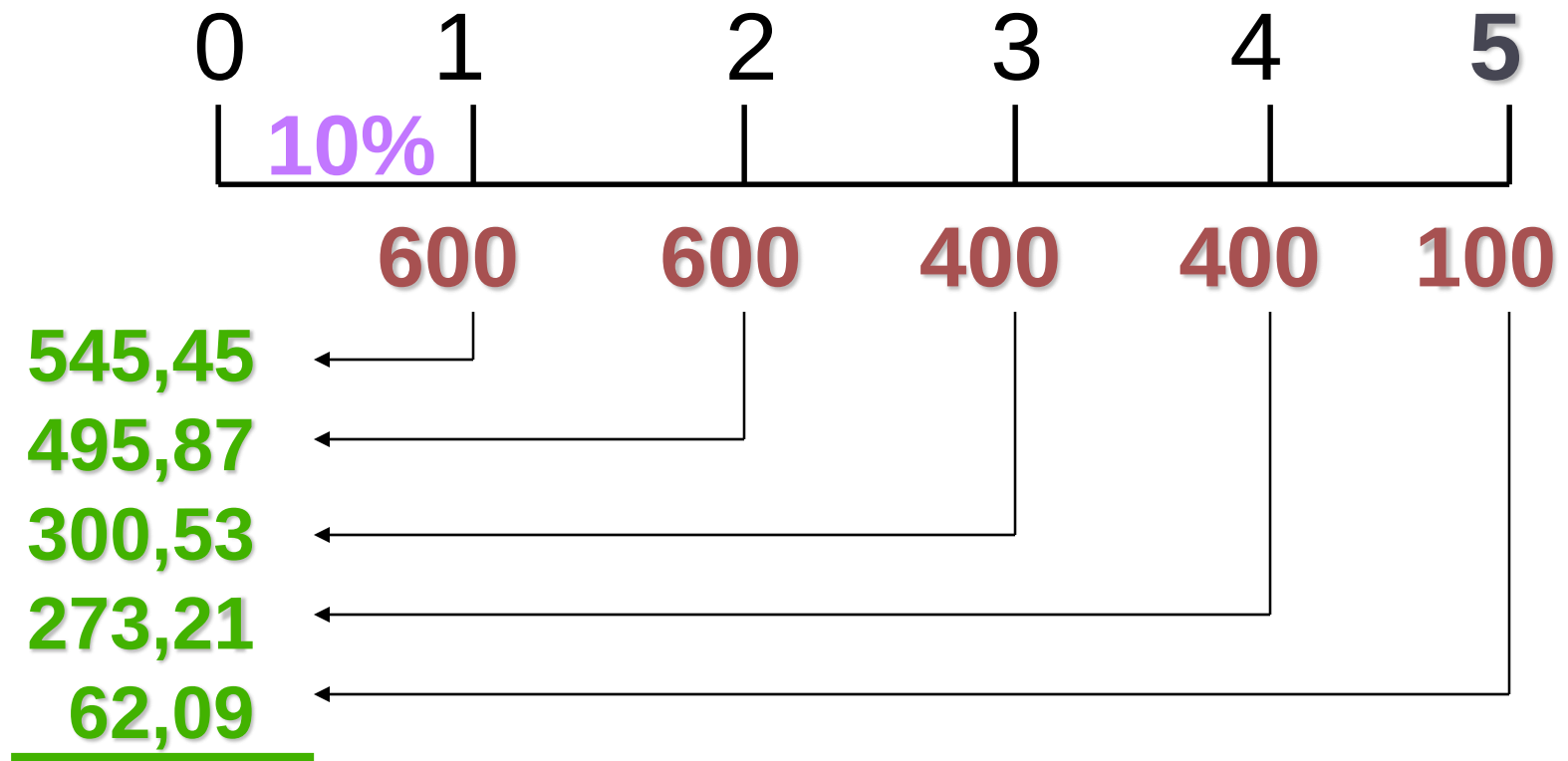


Bagaimana Menyelesaikannya?

1. Selesaikan “*bagian per waktu*” dengan mendiskonto tiap *bagian* ke $t=0$.
2. Selesaikan “*kelompok per waktu*” dengan memecahkan masalah ke dalam kelompok arus anuitas dan tiap kelompok arus kas tunggal. Kemudian diskontokan tiap *kelompok* ke $t=0$.

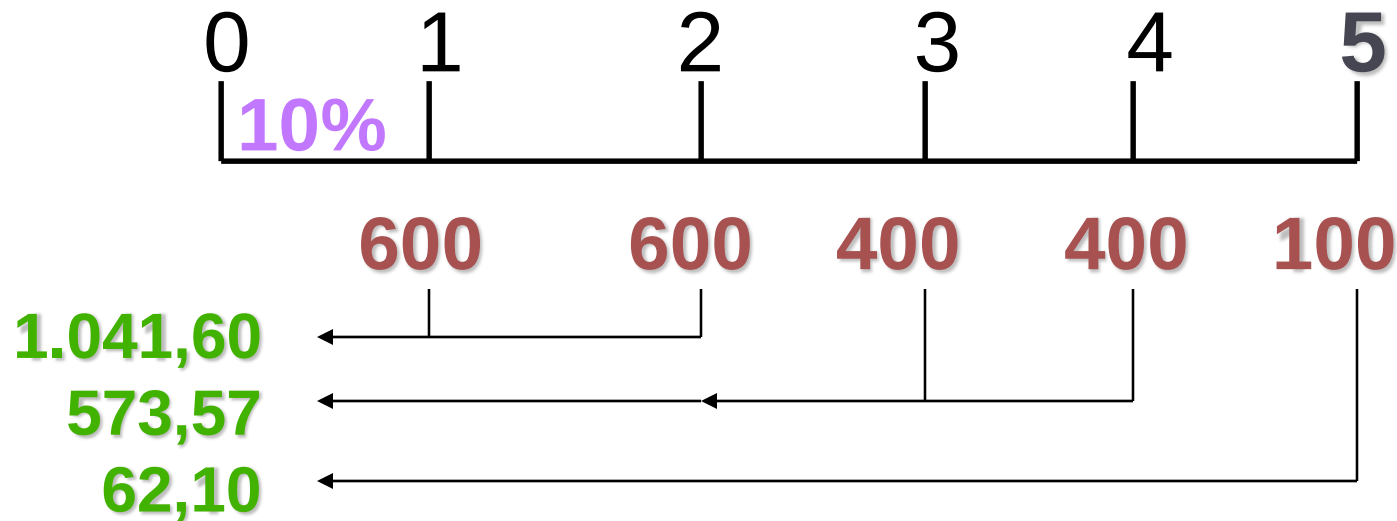


“Bagian per Waktu”



Rp1.677,15 = PV Arus Campuran

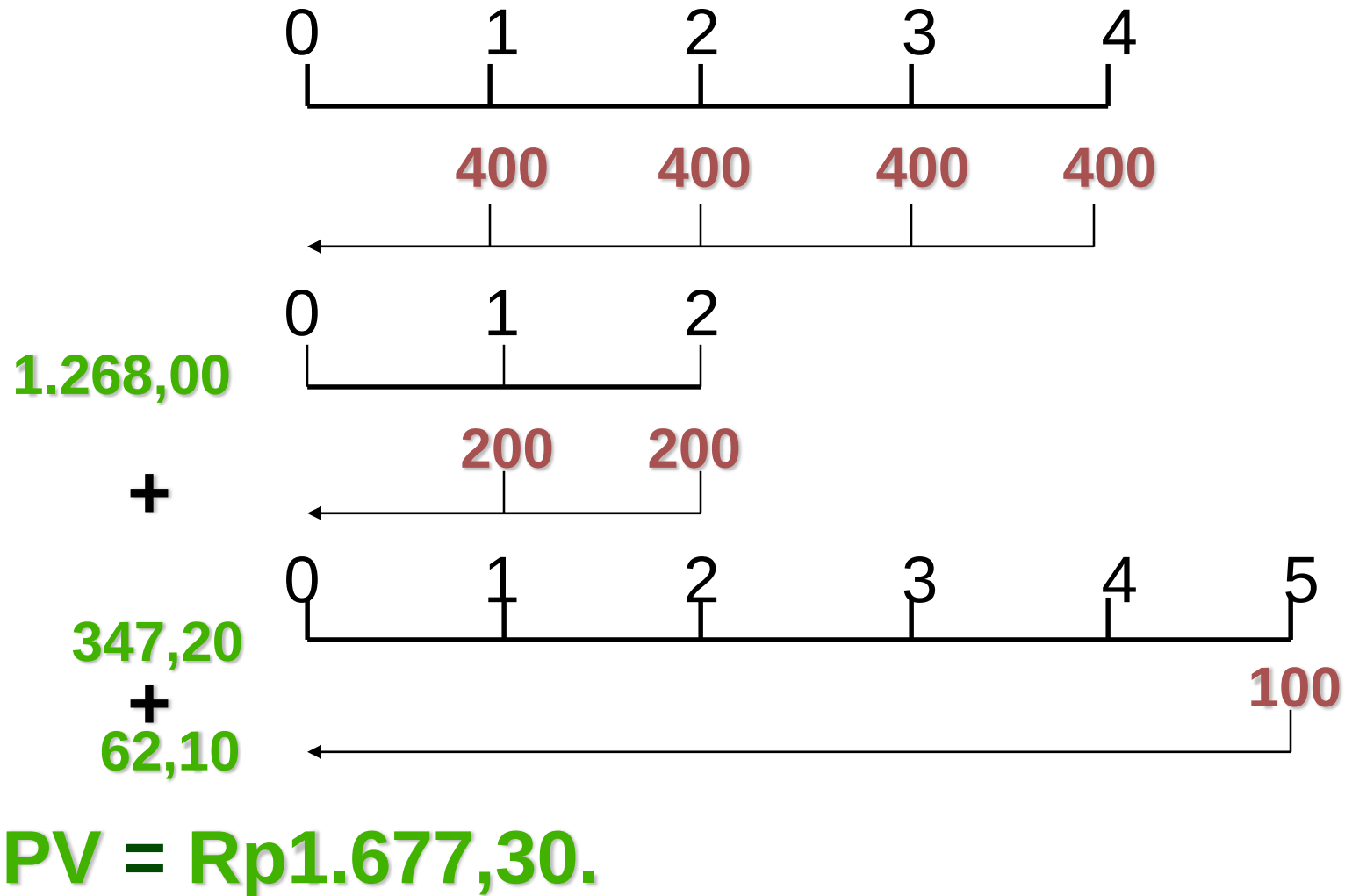
“Kelompok per Waktu” (#1)



Rp1.677,27 = PV_0 Arus Campuran [Gunakan Tabel]

$$\begin{aligned} 600(PVIFA_{10\%,2}) &= 600(1.736) = 1.041,60 \\ 400(PVIFA_{10\%,2})(PVIF_{10\%,2}) &= 400(1.736)(0.826) = 573,57 \\ 100(PVIF_{10\%,5}) &= 100(0.621) = 62,10 \end{aligned}$$

“Kelompok per Waktu” (#2)



Frequensi Pemajemukan

Persamaan Umum:

$$FV_n = PV_0(1 + [i/m])^{mn}$$

n: Jumlah Tahun

m: Periode Pemajemukan per Tahun

i: Tingkat Bunga per Tahun

$FV_{n,m}$: FV akhir tahun ke-n

PV_0 : PV Arus Kas Saat Ini



Impak Frekuensi

Tima memiliki **Rp1.000** untuk diinvestasi selama 2 Tahun pada tingkat bunga **12%** per tahun.

Tahunan $FV_2 = 1.000(1 + [0.12/1])^{(1)(2)}$
 $= 1.254,40$

Semester $FV_2 = 1.000(1 + [0.12/2])^{(2)(2)}$
 $= 1.262,48$



Impak Frekuensi

$$\begin{aligned}\text{Triwulan } FV_2 &= 1.000(1 + [.12/4])^{(4)(2)} \\ &= 1.266,77\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Bulanan } FV_2 &= 1.000(1 + [.12/12])^{(12)(2)} \\ &= 1.269,73\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Harian } FV_2 &= 1.000(1 + [.12/365])^{(365)(2)} \\ &= 1.271,20\end{aligned}$$



Contoh

PT STM mempunyai CD sebesar Rp1.000 pada bank dengan tingkat bunga 6% yang dimajemukan per triwulan selama 1 tahun. Berapakah EARnya?

$$\begin{aligned} \text{EAR} &= (1 + 6\% / 4)^4 - 1 \\ &= 1.0614 - 1 = .0614 \text{ atau } 6.14\% \end{aligned}$$



Langkah Amortisasi Pinjaman

1. Hitung **pembayaran per periode**.
2. Tetapkan **tingkat bunga** pada Periode t .
 $(\text{Saldo Pinjaman pada } t-1) \times (i\% / m)$
3. Hitung **angsuran pokok** pada Periode t .
 $(\text{Pembayaran} - \text{Bunga dari Langkah 2})$
4. Tetapkan saldo akhir Periode t .
 $(\text{Saldo} - \text{angsuran pokok dari Langkah 3})$
5. Mulai lagi dari Langkah 2 dan ulangi.



Contoh Amortisasi Pinjaman

Tima meminjam Rp10.000 yang dimajemukkan pada tingkat bunga 12% per tahun. Amortisasikan pinjaman tsb jika pembayaran tahunan dilakukan selama 5 tahun.

Langkah 1: Pembayaran

$$PV = PMT (PVIFA_{i\%,n})$$

$$10,000 = PMT (PVIFA_{12\%,5})$$

$$10.000 = PMT (3,605)$$

$$PMT = 10.000 / 3,605 = \text{Rp } 2.774$$



Contoh Amortisasi Pinjaman

Tahun Akhir	Pembayaran	Bunga	Pokok	Saldo Akhir
0	---	---	---	Rp10.000
1	Rp2.774	Rp1.200	Rp1.574	8.426
2	2.774	1.011	1.763	6.663
3	2.774	800	1.974	4.689
4	2.774	563	2.211	2.478
5	2,775	297	2,478	0
	<u>Rp13.871</u>	<u>Rp3.871</u>	<u>Rp10.000</u>	

